EPISEN

Ing3 2023-2024

Module SL

APPRENTISSAGE DE MODÈLES (SUITE)

1. Machines de Mealy
2. Apprentissage de MM

APPRENTISSAGE DE DIAGRAMMES ÉTATS TRANSITIONS

Machines de Mealy

ensemble fini d'états

état initial $q_0 \in Q$

fonction de sortie
$\lambda : Q \times I \to O$

$$\mathcal{M} = (Q, I, O, q_0, \delta, \lambda)$$

alphabet fini d'entrée

alphabet fini de sortie

fonction de transition
$\delta : Q \times I \to Q$

Définition

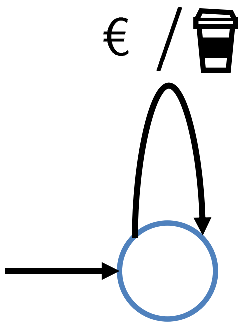
$\delta^* : Q \times I^\star \to Q$	$\lambda^* : Q \times I^\star \to O^\star$
$\delta^*(q, \varepsilon) \coloneqq q$	$\lambda^*(q, \varepsilon) \coloneqq \varepsilon$
$\delta^*(q, au) \coloneqq \delta^*(\delta(q, a), u)$	$\lambda^*(q, au) \coloneqq \lambda(q, a)\lambda^*(\delta(q, a), u)$

Définition

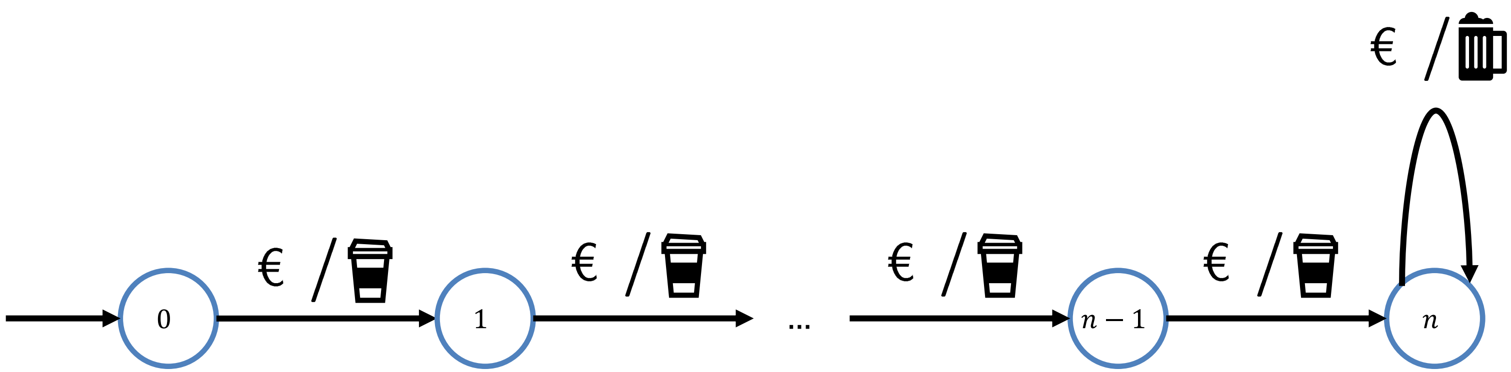
Comportement d'une machine de Mealy :

$$\mathrm{C}_{\mathcal{M}} : I^\star \to O^\star$$
$$C_{\mathcal{M}}(u) \coloneqq \lambda^*(q_0, u).$$

Exemples



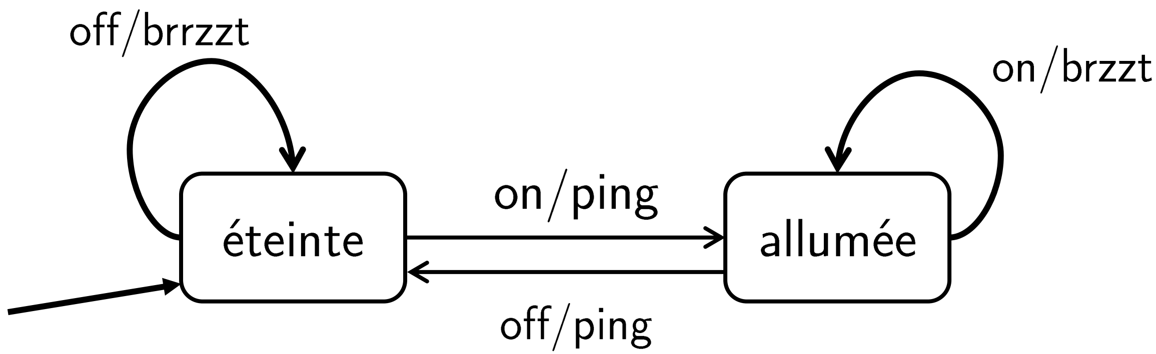
Comportement : $€^k \mapsto$ café^k



Comportement : $€^k \mapsto$ café$^{\min(k,n)}$bière^{k-n}

Exemple : lampe avec deux boutons

La lampe est munie d'un bouton on et d'un bouton off.
Quand on l'allume ou qu'on l'éteint, elle fait « ping ».
Quand on appuie sur un bouton sans changer l'état de la lampe, elle fait « brrzzt ».



Formellement:

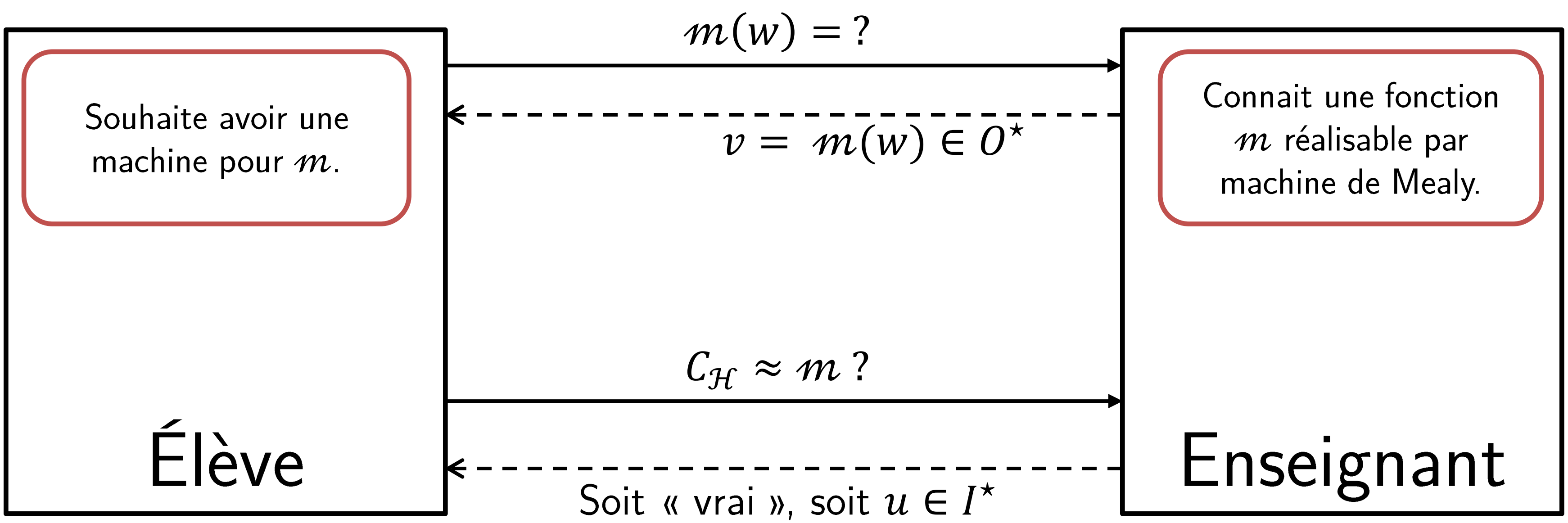
$Q = \{\text{éteinte, allumée}\}$ $\qquad I = \{\text{on,off}\}$ $\qquad O = \{\text{ping,brrzzt}\}$ $\qquad q_0 = \text{éteinte}$

$$\begin{aligned}
\delta(\text{éteinte,on}) &= \text{allumée} \\
\delta(\text{éteinte,off}) &= \text{éteinte} \\
\delta(\text{allumée,on}) &= \text{éteinte} \\
\delta(\text{allumée,off}) &= \text{allumée}
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
\lambda(\text{éteinte,on}) &= \text{ping} \\
\lambda(\text{éteinte,off}) &= \text{brrzzt} \\
\lambda(\text{allumée,on}) &= \text{brrzzt} \\
\lambda(\text{allumée,off}) &= \text{ping}
\end{aligned}$$

L* pour les machines de Mealy

On cherche à apprendre une fonction $m : I^\star \to O^\star$, qui est réalisable par machine de Mealy. On a pour cela accès à un oracle (l'enseignant idoine), qui répond aux requêtes:

- $MQ(w)$ pour $w \in I^\star$: renvoie la valeur $m(w)$.
- $EQ(\mathcal{H})$ pour une machine de Mealy $\mathcal{H}$: revoie « vrai » si $\forall u \in I^\star, m(u) = C_{\mathcal{H}}(u)$, ou dans le cas contraire un contre-exemple $u_0 \in I^\star$ tel que $m(u) \neq C_{\mathcal{H}}(u)$.



Intuition: *Comme pour les automates sauf que les valeurs vrai/faux (1/0) dans la table sont remplacées par des lettres de l'alphabet de sortie.*

L* pour les machines de Mealy

Intuition: *Comme pour les automates sauf que les valeurs vrai/faux (1/0) dans la table sont remplacées par des lettres de l'alphabet de sortie.*

Une table d'observation est un triplet $\mathcal{T} = (S, E, t)$ où:

- S est un ensemble **fini non vide** et **clos par préfixe** de mots (lignes de la table)
$$\forall u, v \in I^\star, \qquad u \cdot v \in S \Rightarrow u \in S.$$
- E est un ensemble **fini non vide** et **clos par suffixe** de mots $\neq \varepsilon$ (colonnes)
$$\forall u, v \in I^\star, \qquad u \cdot v \in E \text{ et } v \neq \varepsilon \Rightarrow v \in E.$$
- $t : (S \cup S \cdot I) \to E \to O$ est une fonction indiquant pour chaque ligne u et chaque colonne v la dernière lettre produite lorsque l'on exécute la machine inconnue sur l'entrée $u \cdot v$:
$$\forall u \in S \cup (S \cdot I), \forall v \in E, \qquad t(u)(v) = a \Leftrightarrow \exists w, m(u \cdot v) = wa.$$

Table **fermée** : $\forall u \in S, \forall a \in I, \exists v \in S : \ t\,(u \cdot a) = t(v)$

Table **cohérente** : $\forall u, v \in S,\ t(u) = t(v) \Rightarrow \forall a \in I, t(u \cdot a) = t(v \cdot a)$

Initialement, la table n'a qu'une ligne ε, et a comme ensemble de colonnes I.

Produire une machine à partir d'une table

Si $\mathcal{T} = (S, E, t)$ est fermée et cohérente, alors on peut construire une machine de Mealy minimale $\mathcal{M}_{\mathcal{T}} = (Q, I, O, q_0, \delta, \lambda)$ où:

- $Q = \{t(u) | u \in S\}$
- $q_0 = t(\varepsilon)$
- $\forall u \in S, \forall a \in I, \delta(t(u), a) = t(u \cdot a)$
- $\forall u \in S, \forall a \in I, \lambda(t(u), a) = t(u)(a)$

Si $\mathcal{T} = (S, E, t)$ est fermée et cohérente, alors

$$\forall u \in S, \forall v \in E\ , \lambda^*_{\mathcal{M}_{\mathcal{T}}}(u \cdot v) = m(u \cdot v)$$